2次関数・2次不等式 ①

I

① 関数の定義

2つの変数 x, yがあって、xの値を1つ決めると、それに対してyの値もただ1つ決まるとき、yはxの関数である、という。

② 定義域とは？

関数 $y=f(x)$において、変数xのとりうる値の範囲

③ 値域とは？

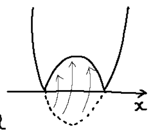
関数 $y=f(x)$において、定義域xに対応して、yがとる値の範囲

④ 絶対値を見たとき考えるべきことは？

場合分けをして絶対値をはずす。

$a \geqq 0$のとき、$|a|=a$

$a<0$のとき、$|a|=-a$



$|f(x)|$をグラフ化するとき、yが負のときはx軸対称でグラフをひっくり返す。

⑤ $y=ax^2+bx+c$のグラフの頂点の座標の求め方は？

(i) 平方完成し、$y=a(x-p)^2+q$に変形する。

(ii) $\left(-\dfrac{b}{2a},\ -\dfrac{b^2-4ac}{4a}\right)$に各係数を代入する。

⑥ $y=f(x)$をx軸方向にp、y軸方向にqだけ平行移動した式の求め方は？

$y-q=f(x-p)$

⑦ $y=f(x)$をx軸に関して対称移動した式は？

$-y=f(x)$

⑧ $y=f(x)$をy軸に関して対称移動した式は？

$y=f(-x)$

⑨ $y=f(x)$を原点に関して対称移動した式は？

$-y=f(-x)$

⑩ 2次関数 $y=ax^2+bx+c$のグラフとx軸の共有点のx座標は？

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$の実数解 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

⑪ 判別式Dの違いによって、解がどのようになるかを答えよ。

$D>0$で、異なる2つの実数解をもつ。

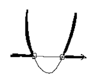
$D=0$で、実数の重解をもつ。

$D<0$で、実数解をもたない。

⑫ 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$の実数解をα, β $(\alpha<\beta)$とすると

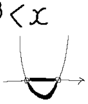
(i) $ax^2+bx+c>0$の解は？

(ii) $ax^2+bx+c<0$の解は？



(i) (左辺)$=(x-\alpha)(x-\beta)>0$ より、$x<\alpha$, $\beta<x$

(ii) (左辺)$=(x-\alpha)(x-\beta)<0$ より、$\alpha<x<\beta$

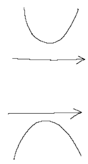


2次関数・2次不等式② Ⅰ

⑬ 2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフが x軸より常に上側、常に下側にあるための条件をそれぞれ答えよ。

常に上側：グラフが下に凸 $(a>0)$ かつ x軸と共有点なし $(D<0)$

常に下側：グラフが上に凸 $(a<0)$ かつ x軸と共有点なし $(D<0)$



⑭ すべての実数 x について、以下の不等式が成り立つための条件は？

(i) $ax^2+bx+c>0$

(ii) $ax^2+bx+c<0$

(i) $a>0$ かつ $D<0$

(ii) $a<0$ かつ $D<0$

⑮ x の方程式 $ax=b$ の解を求めよ。

(i) $a\neq 0$ のとき

(ii) $a=0$ のとき，$b=0$ ならば

(iii) $a=0$ のとき，$b\neq 0$ ならば

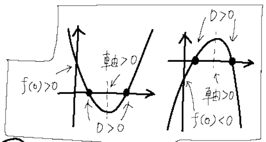
(i) $x=\frac{b}{a}$

(ii) 解はすべての実数

(iii) 解はない

⑯ ある変域において，$f(x)>0$ が成り立つための条件は？

関数 $f(x)$ の最小値が正



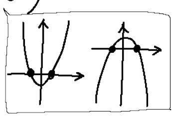
⑰ 下に凸の放物線 $y=f(x)$ が「x軸の正の部分と異なる2点で交わる」ための条件をあげよ。

① $D>0$，② $f(0)>0$，③ 軸 >0

(上に凸なら ① $D>0$ ② $f(0)<0$ ③ 軸 >0)

⑱ 下に凸の放物線 $y=f(x)$ が「x軸の正の部分及び負の部分と1点ずつで交わる」ための条件をあげよ。

$f(0)<0$ (上に凸なら $f(0)>0$)



⑲ 関数 $y=ax^2+bx+c$ において，$a>0$ のとき変域もしくはグラフ(軸)が動く場合，最大値・最小値の求め方を答えよ。

(i) 頂点が定義域の外で左側

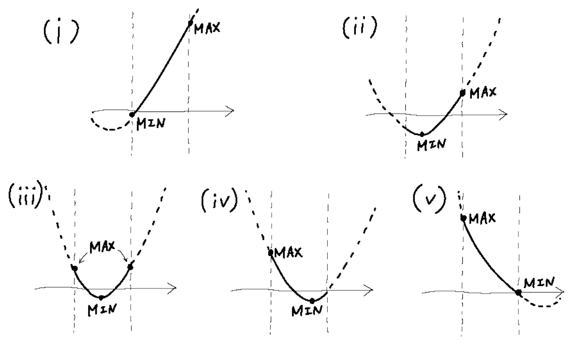
(ii) 頂点が定義域の内で左寄り

(iii) 頂点が定義域の内で真ん中

(iv) 頂点が定義域の内で右寄り

(v) 頂点が定義域の外で右側

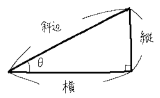
で場合分けをする。それぞれ最大値・最小値のときの x を代入し，値を求める。



三角比

I

① 直角三角形の各辺(縦,横,斜辺)の長さから,三角比の定義は?



$\sin\theta = \dfrac{縦}{斜辺}$, $\cos\theta = \dfrac{横}{斜辺}$, $\tan\theta = \dfrac{縦}{横}$

② 三角比の相互関係の公式を3つ答えよ。

$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$, $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$, $1 + \tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

③ 三角形ABCの外接円の半径をRとし,角A,B,Cのそれぞれの対辺の長さをa,b,cとする。

(1) 正弦定理を言え。

(2) 余弦定理を用いて,aの長さを求めるための式を示せ。

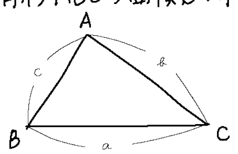
(3) $\cos A$を求めるための式を示せ。

(1) $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$

(2) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

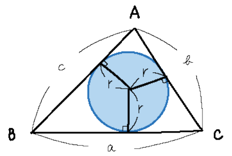
(3) $\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

④ $\sin A$を使って三角形ABCの面積Sの求め方を言え。



$S = \dfrac{1}{2}bc\sin A$

⑤ 内接円の半径がrのとき,三角形の面積Sの求め方を言え。

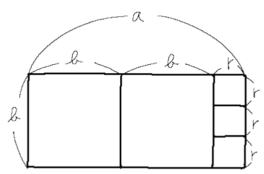


$S = \dfrac{1}{2}r(a+b+c)$

整数 ①

A

① 2の倍数判定法は？	一の位が偶数
② 3の倍数判定法は？	各位の数の和が3の倍数
③ 4の倍数判定法は？	下2桁が4の倍数
④ 5の倍数判定法は？	一の位が0か5
⑤ 9の倍数判定法は？	各位の数の和が9の倍数
⑥ 素数とは？	2以上の自然数で，正の約数が1とその数自身のみである数
⑦ 合成数とは？	2以上の自然数で，素数でない数
⑧ 因数とは？	整数がいくつかの整数の積で表される時，積を構成する整数
⑨ 素因数とは？	因数のうち，素数であるもの
⑩ ある数がAの倍数なら，どのように表されるか？	Ak（kは整数）
⑪ $\sqrt{N}$ が自然数となるための条件は？	Nが平方数
⑫ 平方数を因数分解すると？	指数がすべて偶数となる
⑬ Nを素因数分解すると，$N=p^a q^b r^c \cdots$ となるとき，(i) 正の約数の個数は？ (ii) 正の約数の総和は？	(i) $(a+1)(b+1)(c+1)\cdots$ (ii) $(1+p+p^2+\cdots+p^a)(1+q+q^2+\cdots+q^b)(1+r+r^2+\cdots+r^c)\cdots$
⑭ 2つの整数 a と b が互いに素であるための条件は？	aとbの最大公約数が1である
⑮ 2つの自然数の積と等しいのは？	2数の最大公約数と最小公倍数の積
⑯ 整数の割り算に関して成り立つ等式は？	(割られる数)＝(割る数)×(商)＋(余り)
⑰ 2連続する整数について言えることは？	どちらか一方は偶数
⑱ 3連続する整数について言えることは？	いずれか1つは3の倍数
⑲ ユークリッドの互除法に関する定理とは？	自然数 a, b について，aをbで割った余りをrとすると，aとbの最大公約数は，bとrの最大公約数に等しい。



整数 ②

⑳ 2つの整数の最大公約数の求め方，2つは？

(i) 素因数分解
(ii) ユークリッドの互除法

㉑ 一次不定方程式の解法は？

(i) 整数解を1つ見つける
（簡単に見つからない場合は互除法を利用）
(ii) $ax = by$（a, b は互いに素な自然数）の形に持ち込む

㉒ 整数でない既約分数を小数で表す時，次のそれぞれが成り立つための条件は？
(i) 有限小数になる
(ii) 循環小数になる

(i) 分母の素因数は 2, 5 だけからなる
(ii) 分母の素因数は 2, 5 以外のものも含む

㉓ $N = abc_{(n)}$ を10進法に変換する方法は？

$$N = a \cdot n^2 + b \cdot n + c \cdot 1$$
（各位の数に $n^{位-1}$ をかけ合わせたものの総和）

㉔ $25_{(10)}$ を3進法に変換する方法は？

$$\begin{array}{r l}
3\,\underline{)\,25} & \\
3\,\underline{)\;\;8} & \cdots 1 \\
2 & \cdots 2
\end{array}
\rightarrow \underline{221}$$

㉕ $N = 0.abc_{(n)}$ を10進法に変換する方法は？

$$N = \frac{a}{n} + \frac{b}{n^2} + \frac{c}{n^3}$$
（各位の数に，$\frac{1}{n^{位}}$ をかけ合わせたものの総和）

㉖ $0.375_{(10)}$ を2進法に変換する方法は？

$$\begin{array}{l}
\;\;0.375 \\
\times \qquad 2 \\
\hline
\boxed{0.}750 \\
\times \quad 2 \\
\hline
\boxed{1.}50 \\
\times \; 2 \\
\hline
\boxed{1.}0
\end{array}
\rightarrow \underline{0.011}$$

場合の数

A

① ド・モルガンの法則より
(i) $\overline{A\cap B}$ =
(ii) $\overline{A}\cap\overline{B}$ =

② 場合の数を調べる時の注意点は？

③ 自然数Aが $A=p^k q^\ell r^m$ と素因数分解されるとき
(i) Aの正の約数の個数は？
(ii) Aの正の約数の総和は？

④ 異なるn個からr個取る順列は？

⑤ ${}_nP_n$

⑥ $0!$

⑦ ${}_nP_0$

⑧ 0を含む数字の順列の注意点は？

⑨ 異なるn個の円順列の総数は？

⑩ 異なるn個のじゅず順列の総数は？

⑪ 異なるn個から重複を許して，r個取り出して並べた順列は？

⑫ 異なるn個からr個取る組合せは？

⑬ 順列と組合せの違いは？

⑭ どの3点も一直線上にないn個の点があるとき，
(i) できる三角形の個数は？
(ii) 引ける直線の本数は？

⑮ ○p個，△q個，□r個の合計n個の順列を2通りで表すと？

$$\overbrace{\underbrace{\bigcirc\bigcirc\cdots\bigcirc}_{p\text{個}}\ \underbrace{\triangle\triangle\cdots\triangle}_{q\text{個}}\ \underbrace{\square\square\cdots\square}_{r\text{個}}}^{n\text{個}}$$

⑯ 異なるn個のものから，重複を許してr個取る組合せの総数は？

$\overline{A}\cup\overline{B}$

$\overline{A\cup B}$

もれなく，重複なく

$(k+1)(\ell+1)(m+1)$個　(指数+1の積)

$(1+p+\cdots+p^k)(1+q+\cdots+q^\ell)(1+r+\cdots+r^m)$

${}_nP_r = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$

$n!$

1

1

最高位の数は0ではない

$(n-1)!$

$\dfrac{(n-1)!}{2}$

n^r

${}_nC_r = \dfrac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r(r-1)\cdots3\cdot2\cdot1} = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$

順列 → 順序まで考える，組合せ → 順序は考えない

${}_nC_3$個
(三角形は，一直線上にない3点が与えられると，1つに決まる)
${}_nC_2$本
(直線は，異なる2点が与えられると1つに決まる)

(i) ${}_nC_p \times {}_{n-p}C_q \times {}_{n-p-q}C_r$

(ii) $\dfrac{n!}{p!q!r!}$

${}_{n+r-1}C_r$

1を$(n-1)$本，○をr個並べる順列

ex)
○○|○○○|○…○|○|○○

確率 条件の翻訳

A

①「同様に確からしい」とは？

どの場合が起こることも，同じ程度に期待できる。

② 確率の考え方の基本は？

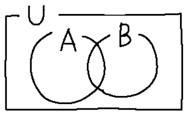
同種のものを区別して考える。

③ 2つの事象 A, Bが「排反である」とは？

事象A, Bが 同時には起こらないということ。

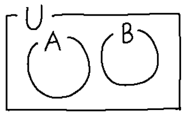
④(i) 一般に $P(A\cup B)=$

(i) $P(A)+P(B)-P(A\cap B)$



(ii) A, Bが互いに排反であるとき $P(A\cup B)=$

(ii) $P(A)+P(B)$



⑤ 余事象の確率 $P(\overline{A})=$

$1-P(A)$

⑥「独立である」とは？

どの試行の結果も他の試行の結果に影響を与えないこと。

⑦ 2つの独立な試行について，事象AとBが同時に起こる確率は？

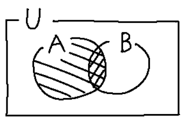
$P(A)\times P(B)$

⑧ 1回の試行で事象Aの起こる確率をPとする。この試行をn回行う反復試行で，Aがちょうどr回起こる確率は？

${}_nC_r P^r(1-P)^{n-r}$

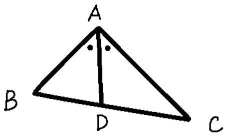
⑨ Aが起こったときの Bが起こる条件付き確率は？

$P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$



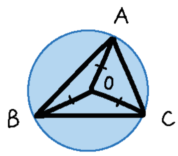
平面図形 ①　A

① 角の二等分線



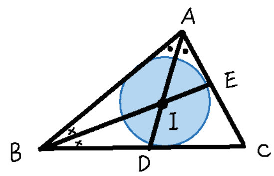
AB : AC = BD : DC

② 外心



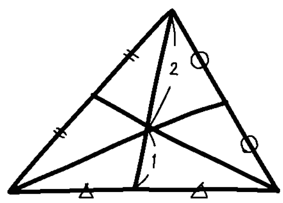
・OA = OB = OC
・(中心角) = 2×(円周角) に注目

③ 内心



AB : AE = BI : IE
(2辺の比 = 線分比)

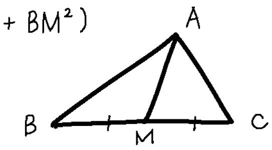
④ 重心



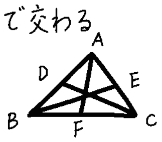
各中線を2:1で内分する。
各辺の中点を結ぶ。

⑤ 中線定理

$AB^2 + AC^2 = 2(AM^2 + BM^2)$

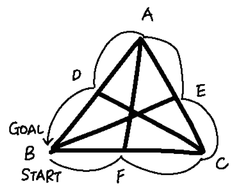


⑥ 3頂点からの直線が1点で交わる

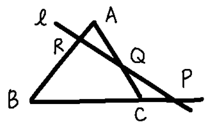


チェバの定理

$\dfrac{BF}{FC} \cdot \dfrac{CE}{EA} \cdot \dfrac{AD}{DB} = 1$

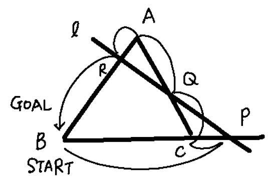


⑦ 三角形と、三角形上(頂点以外)を通る直線



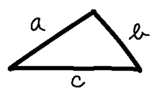
メラネウスの定理

$\dfrac{BP}{PC} \cdot \dfrac{CQ}{QA} \cdot \dfrac{AR}{RB} = 1$



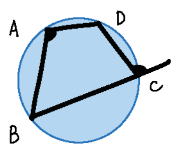
⑧ 三角形の成立条件

2辺の差 < 1辺 < 2辺の和
$c < a + b$



⑨ 四角形が円に内接する、といえば?

・対角の和 = 180°
・(内角) = (対角の外角)

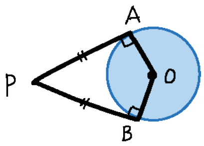


平面図形②

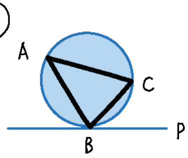
A

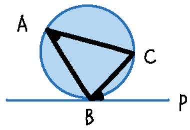
⑩ 円の接線

AP = BP



⑪

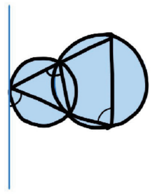




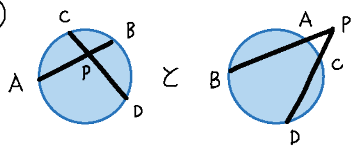
接弦定理 ∠BAC = ∠CBP

⑫ 2円が2点で交わるとき

共通な弦に注目

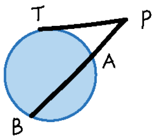


⑬



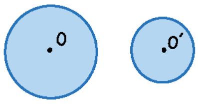
方べきの定理 PA・PB = PC・PD

⑭

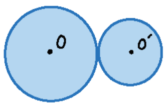


方べきの定理 PA・PB = PT²

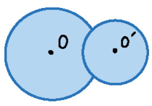
⑮ 2つの円の位置関係について
(円O, O′の半径をr, r′とし, 2円の中心間の距離をdとする。)



外部にある　$d > r + r'$



1点を共有する　$d = r + r'$



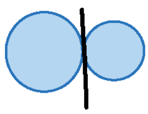
2点で交わる　$r - r' < d < r + r'$

内部で1点を共有する　$d = r - r'$

内部にある　$d < r - r'$

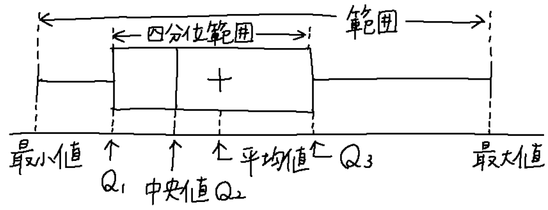
⑯ 2円が接するとき

2円の接点を通る共通接線をひく



データの分析

I

①「a以上，a以下」はaを（　）	含む
②「a未満，aを超える」はaを（　）	含まない
③ 平均値 $\bar{x}$	(値の総和)÷(個数)
④ 最頻値(モード)	データにおいて，最も個数の多い値のこと
⑤ 中央値	大きい順に並べたときのまん中の値
⑥ 範囲	(最大値)−(最小値)
⑦ 四分位数	大きい順に並べたときに4等分する位置の値。小さい方から順に，第1四分位数(Q_1)，第2四分位数(Q_2)，第3四分位数(Q_3)
⑧ 四分位範囲＝（　）	第3−第1。Q_3-Q_1。
⑨ 四分位偏差＝（　）	(第3−第1)÷2。$(Q_3-Q_1)\div 2$。
⑩ 箱ひげ図	
⑪ ヒストグラムと箱ひげ図の問題	最小値，Q_1，Q_2，Q_3，最大値を読みとる。
⑫ 偏差	各値と平均値の差 $x-\bar{x}$。
⑬ 偏差の総和は？	0 $\left(\begin{aligned}&(x_1-\bar{x})+(x_2-\bar{x})+\cdots\cdots+(x_n-\bar{x})\\&=(x_1+x_2+\cdots\cdots+x_n)-n\bar{x}\\&=n\bar{x}-n\bar{x}=0\end{aligned}\right)$
⑭ 分散 s^2	偏差の2乗の平均値。$\left(\begin{aligned}s^2&=\frac{1}{n}\{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots\cdots+(x_n-\bar{x})^2\}\\&=\overline{x^2}-(\bar{x})^2\end{aligned}\right)$
⑮ 標準偏差 s	分散の正の$\sqrt{\quad}$。$\left(\sqrt{\text{分散}}=s=\sqrt{\frac{1}{n}\{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots\cdots+(x_n-\bar{x})^2\}}\right)$
⑯ 共分散 s_{xy}	(xの偏差)×(yの偏差)の平均値。$\left(\begin{aligned}s_{xy}=\frac{1}{n}\{&(x_1-\bar{x})(y_1-\bar{y})+(x_2-\bar{x})(y_2-\bar{y})\\&+\cdots\cdots+(x_n-\bar{x})(y_n-\bar{y})\}\end{aligned}\right)$
⑰ 相関係数 r	$\dfrac{(\text{共分散})}{(x\text{の標準偏差})\times(y\text{の標準偏差})}$

三角関数 Ⅱ

① 1ラジアンの大きさをπで表すと

$\left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}$

② πラジアン ＝（　　）°

180

③ 1° ＝（　　）ラジアン

$\frac{\pi}{180}$

④ 周期関数の定義

関数 $f(x)$ が 0でない定数 p に対して、
常に $f(x+p)=f(x)$ を満たすとき、
$f(x)$ は p を周期とする周期関数という。

⑤ 2直線のなす角の求め方

$\tan(\alpha+\beta)$ の加法定理を利用。

⑥ 最大値・最小値の求め方

(i) 基本公式を用いて、sin か cos に統一する。
(ii) sin または cos を t でおく。
(iii) t のとりうる値の範囲を求める。
(iv) t の関数について、最大最小を求める。

そのときの θ の値を求めるのを忘れずに！

⑦ $\sin 2\theta$ を $\tan\theta$ で表すと

$\frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}$

⑧ $\cos 2\theta$ を $\tan\theta$ で表すと

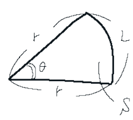
$\frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}$

⑨ θ の式を t などでおく場合

t の範囲を必ず考える。

⑩ 半径 $r\,(>0)$，中心角 θ（ラジアン）の扇形の面積 S，弧長 L は？

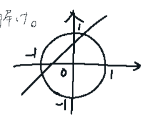
$S=\frac{1}{2}r^2\theta\ \left(=\pi r^2\times\frac{\theta}{2\pi}\right)$
$L=r\theta\ \left(=2\pi r\times\frac{\theta}{2\pi}\right)$



⑪ $\sin\theta$，$\cos\theta$（θ の部分の形は問わない。）の1次の和についての式が出たら

$\cos\theta=x$，$\sin\theta=y$ とおいて、
単位円との交点を読みとる。

〈例〉$\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta=\sqrt{3}\ (0\leqq\theta<2\pi)$ を解け。
⇩
$\sin\theta=y$，$\cos\theta=x$ とおくと
$y=-\sqrt{3}x+\sqrt{3}$ …①
⇩
単位円と①との交点を求める



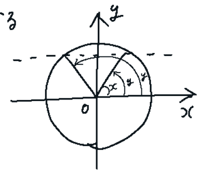
⑫ x，y の同次式がでたら

$x=r\cos\theta$，$y=r\sin\theta$ と置く。

〈例〉$\underbrace{x^2}_{2次}-\underbrace{2xy}_{2次}+\underbrace{5y^2}_{2次}=1$ のような式のとき
$x=r\cos\theta$，$y=r\sin\theta$ とおいて変形する。

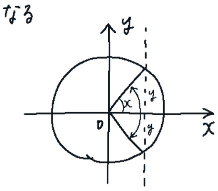
⑬ $\sin x=\sin y$ 型の方程式

単位円を書いて、y 座標が等しくなる
角度 x と y の条件を見つける。



⑭ $\cos x=\cos y$ 型の方程式

単位円を書いて、x 座標が等しくなる
角度 x と y の条件を見つける。



式と証明①　Ⅱ

① $(a+b)^3$	$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
② $(a-b)^3$	$a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
③ a^3+b^3	$(a+b)(a^2-ab+b^2)$
④ a^3-b^3	$(a-b)(a^2+ab+b^2)$
⑤ $(a+b)^n$	${}_nC_0a^n+{}_nC_1a^{n-1}b+{}_nC_2a^{n-2}b^2+$ $\cdots+{}_nC_ra^{n-r}b^r+\cdots+{}_nC_nb^n$
⑥ $(a+b)^n$の展開式の一般項は？	${}_nC_ra^{n-r}b^r$
⑦ ${}_nC_r$に関する等式の解法は？	二項定理の等式の両辺に適当な値を代入する。
⑧ $(a+b+c)^n$の展開式の一般項は？	$\dfrac{n!}{p!q!r!}a^pb^qc^r$ ただし、p, q, rは0以上の整数で $p+q+r=n$
⑨ 整式の割り算の公式は？	A(割られる整式) = B(割る整式)×Q(商)＋R(余り) ただし、R＝0またはRはBより次数の低い整式。
⑩ 繁分数の解法は？	(i) $\frac{A}{B}$を$A \div B$に直す。 (ii) $\frac{A}{B}=\frac{AC}{BC}$として計算する。
⑪ 部分分数分解の公式は？	$a \neq b$のとき $\dfrac{1}{(x+a)(x+b)}=\dfrac{1}{b-a}\left(\dfrac{1}{x+a}-\dfrac{1}{x+b}\right)$
⑫ 恒等式とは？	その等式に含まれる文字にどのような値を代入しても、その両辺の式の値が存在する限り、常に成り立つ等式。

式と証明②

Ⅱ

⑬恒等式の性質
(i) $ax^2+bx+c=a'x^2+b'x+c'$ がxについての恒等式ならば
$a=a'$, $b=b'$, $c=c'$
(ii) $ax^2+bx+c=0$ がxの恒等式ならば
$a=b=c=0$

⑭恒等式の解法は？
(i)係数比較法
同じ次数の項がそれぞれ等しいのでそれらを比較し、係数を決定。
(ii)数値代入法
計算がらくになる値を代入し係数を決定。
逆の確認を忘れない。

⑮分数式の恒等式の解法は？
分母を払って、整式の恒等式にして考える。

⑯不等式 $A>B$ の証明の方法は？
$A-B>0$を示す。

⑰根号を含む不等式の証明の方法は？
平方して差をとる。
$A>0$, $B>0$ のとき $A \geqq B \Longleftrightarrow A^2 \geqq B^2$

⑱絶対値の性質2つは？
$|A|^2=A^2$, $|A| \geqq A$

⑲（相加平均）≧（相乗平均）とは？
$a>0$, $b>0$ のとき $a+b \geqq 2\sqrt{ab}$
等号は $a=b$ のときに成り立つ。

⑳「どのようなbについても成り立つ」とは？
bについての恒等式である。

㉑複数の式の大小比較問題の解法は？
適当な数値を代入して、大小の見当をつける。

指数・対数関数の重要公式 Ⅱ

① $x^n = a$（nは自然数，$a>0$）となる数 x

$x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

② (i) $a^0 = ?$
(ii) $a^{-n} = ?$
(iii) $a^{\frac{m}{n}} = ? = ?$

$a^0 = 1$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$

③ 指数法則を4つ

$a^p \times a^q = a^{p+q}$
$a^p \div a^q = a^{p-q}$
$(a^p)^q = a^{pq}$
$(ab)^p = a^p b^p$

④ $a^r = R$は $\boxed{}$ と同値

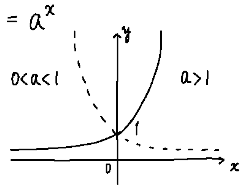
$r = \log_a R$

⑤ 対数法則を4つ

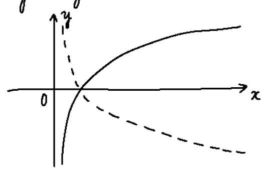
$\log_a M + \log_a N = \log_a MN$
$\log_a M - \log_a N = \log_a \frac{M}{N}$
$r \log_a M = \log_a M^r$
$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

⑥ 指数関数，対数関数グラフの基本形

$y = a^x$



$y = \log_a x$



⑦ 対数計算のポイント

対数を1つにまとめる方向で計算をし，結果として指数計算に持ち込む。

⑧ 桁数を求める

$\log_{10} x$（常用対数）について，
$n-1 \leqq \log_{10} x < n$ ➡ 桁数はn桁
$-n \leqq \log_{10} x < -n+1$ ➡ 小数第n位スタート

⑨ $a^{\log_a M} = \boxed{}$

M（底が等しい$\log$乗 = 真数）

⑩ 指数・対数の大小関係の問題

グラフで視覚化する

⑪ 指数の不等式の解き方

$a^p < a^q$ の形に持ち込む

$a>1$ のとき ↓ $p<q$（同じ向き）

$0<a<1$ のとき ↓ $p>q$（逆）

⑫ 対数の不等式の解き方

$\log_a M < \log_a N$ の形に持ち込む

$a>1$ のとき ↓ $M<N$ ＋真数条件（同じ向き）

$0<a<1$ のとき ↓ $M>N$ ＋真数条件（逆）

図形と方程式① Ⅱ

①線分ABをm:nに内分・外分する点と中点の座標は？
点A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)

内分 $\left(\dfrac{nx_1+mx_2}{m+n}, \dfrac{ny_1+my_2}{m+n}\right)$

外分 $\left(\dfrac{-nx_1+mx_2}{m-n}, \dfrac{-ny_1+my_2}{m-n}\right)$

中点 $\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}, \dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$

②三点ABCの重心の座標は？
点C(x_3, y_3)

$G\left(\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3}, \dfrac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

③三角形の形状を調べたいときは？

3辺の長さの関係を調べる。
例えば、正三角形 ⇔ 3辺の長さが等しい
二等辺三角形 ⇔ 2辺の長さが等しい
直角三角形 ⇔ $AB^2 = BC^2 + CA^2$ $(\angle C = 90°)$

④直線の方程式は？

$ax + by + c = 0$ ($a \neq 0$ または $b \neq 0$)

⑤傾きmで点(x_1, y_1)を通る直線は？

$y - y_1 = m(x - x_1)$

x軸に垂直な直線は？

$x = x_1$

⑥異なる2点(x_1, y_1), (x_2, y_2)を通る直線は？
(i) $x_1 \neq x_2$のとき
(ii) $x_1 = x_2$のとき

$y - y_1 = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$x = x_1$

⑦2直線の平行・垂直条件は？

傾きが等しい・または 傾きの積 $= -1$

⑧点(x_1, y_1)と直線$ax + by + c = 0$の距離dは？

$d = \dfrac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

⑨2直線$ax + by + c = 0$, $dx + ey + f = 0$の交点を通る直線の表し方は？（定数kを使って）

$(ax + by + c) + k(dx + ey + f) = 0$

⑩点(a, b)を中心とする，半径rの円の方程式は？

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

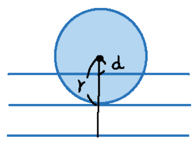
⑪通る3点が分かる場合の円の方程式の求め方は？

$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$に3点を代入して$a, b, c$を求める。

⑫円と直線の位置関係の求め方，2つは？

(i) 判別式を利用
異なる2点で交わる … $D > 0$
接する … $D = 0$
共有点を持たない … $D < 0$
共有点を持つ … $D \geqq 0$

(ii) 点と直線の距離の利用
異なる2点で交わる … $d < r$
接する … $d = r$
共有点を持たない … $d > r$



図形と方程式②

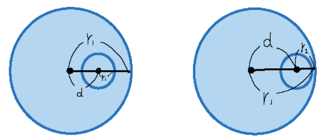
II

⑬ 円 $x^2+y^2=r^2$ 上の点 (a, b) における接線の方程式は？

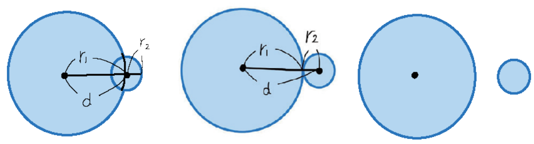
$ax+by=r^2$

⑭ 2円の位置関係で注目するものは？

2円の半径と中心間の距離



内接
$d=|r_1-r_2|$

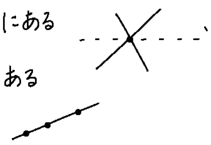


外接
$d=r_1+r_2$

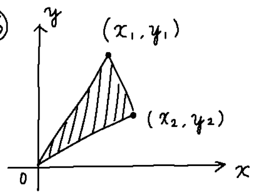
⑮ 共点条件・共線条件は？

(i) 2直線の交点が第3の直線上にある

(ii) 2点を通る直線上に第3の点がある



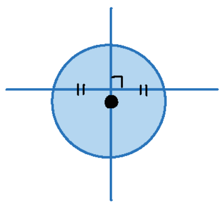
⑯ この三角形の面積は？



$S=\frac{1}{2}\left|x_1y_2-x_2y_1\right|$

⑰ 円と弦についての条件は？

弦の垂直二等分線が円の中心を通る。



微分

Ⅱ

① $f'(x)$の図形的意味を言え。
曲線 $y=f(x)$上の点$(x, f(x))$における接線の傾き

② 曲線上の点$(x_1, f(x_1))$における，曲線$y=f(x)$の接線の方程式は？
$y=f'(x_1)(x-x_1)+f(x_1)$

③ 曲線外の点(a, b)から引いた曲線$y=f(x)$の接線の方程式の求め方は？
曲線上の接点を$(x_1, f(x_1))$として $y=f'(x_1)(x-x_1)+f(x_1)$に(a, b)を代入

④ 3次方程式が異なる3つの実数解をもつ条件は？
(極大値)×(極小値)<0

⑤ 3次関数が極値をもたない条件は？
微分した式の判別式が0以下

⑥ 関数$y=f(x)$の$x=a$における微分係数$f'(a)$とは？
$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

⑦ $f(x)$が区間$[x_1, x_2]$で増加とは？
区間$[x_1, x_2]$で$f'(x)>0$

⑧ $f(x)$が区間$[x_1, x_2]$で減少とは？
区間$[x_1, x_2]$で$f'(x)<0$

⑨ $f(x)$が区間$[a, b]$にただ1つの解をもつならば？
「$f(a)f(b)<0$」かつ「$f(x)$が単調増加または単調減少」

⑩ 3次式$f(x)=0$が$x=\alpha$を重解にもつならば？
$f(\alpha)=f'(\alpha)=0$（3重解でないときは$f''(\beta)\neq 0$を追加）

⑪ $f'(x)$の符号が$x=a$の前後で正から負に変わるならば？
$f(x)$は$x=a$で極大値$f(a)$をとる

⑫ $f'(x)$の符号が$x=b$の前後で負から正に変わるならば？
$f(x)$は$x=b$で極小値$f(b)$をとる

⑬ $f(x)$が$x=a$で極値をとるならば？
$f'(a)=0$

⑭ $f(x)>g(x)$の証明の仕方は？
$y=f(x)-g(x)$の(最小値)>0を示す。

積分

Ⅱ

① 不定積分の定義は？	$F'(x)=f(x)$ のとき $\int f(x)dx=F(x)+C$（Cは積分定数）
② x^n を不定積分すると？	$\int x^n dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+C$（nは0以上の整数）
③ 定積分の定義は？	$F'(x)=f(x)$ のとき $\int_a^b f(x)dx=[F(x)]_a^b=F(b)-F(a)$
④ $\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt$（aは定数）を解け。	$=f(x)$
⑤ $\int_{-a}^{a} x^{2n}dx$ を簡単にすると？	$2\int_0^a x^{2n}dx$
⑥ $\int_{-a}^{a} x^{2n+1}dx$ は？	0
⑦ 2曲線 $y=f(x)$, $y=g(x)$ の間の面積の求め方は？	区間 $a \leqq x \leqq b$ で常に $f(x) \geqq g(x)$ のとき $S=\int_a^b \{f(x)-g(x)\}dx$
⑧ $\left\|\int_a^b f(x)dx\right\|$ と $\int_a^b \|f(x)\|dx$ の大小関係を答えよ。	$\left\|\int_a^b f(x)dx\right\| \leqq \int_a^b \|f(x)\|dx$
⑨ $\int_a^b f(x)dx$（a, bは定数）の形を見た時にすることは？	$\int_a^b f(x)dx=k$（定数）とおく
⑩ $\int_a^x f(t)dt$ の形を見た時にすることは？	$g(x)=\int_a^x f(t)dt$ とおいて,「$g(a)=0$」「$g'(x)=f(x)$」を利用する
⑪ 放物線と直線の囲む面積を求める時は？	$\int_a^b (x-a)(x-b)dx=-\frac{1}{6}(b-a)^3$ を利用する

ベクトル① B

① $\vec{a}=(a_1, a_2)$ のとき，$\vec{a}$ の大きさは？
$\overrightarrow{AB}$ の始点をOに変えると？

$|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$，
$\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$

② $\vec{a}=(a_1, a_2)$，$\vec{b}=(b_1, b_2)$ のとき，
$\vec{a} /\!/ \vec{b}$ ならば？

$\vec{b}=t\vec{a}$（$\vec{b}$ は $\vec{a}$ の実数倍）
$a_1b_2=a_2b_1$（たすきがけを等式で結ぶ）

③ $\vec{a}\neq\vec{0}$ のとき $\vec{a}$ の単位ベクトルを求める式は？

$\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$

④ 平行でないベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ を使い，同一平面上にある任意の $\vec{c}$ の表し方は？

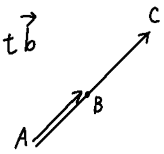
$\vec{c}=k\vec{a}+l\vec{b}$
（ただし，k，l は実数である。）

⑤ $\vec{a}$，$\vec{b}$ が1次独立であるとき，$k\vec{a}+l\vec{b}=\vec{0}$ が成り立つ条件は？

$k=0 \cap l=0$

⑥ $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ としたとき，
3点A, B, Cが同一直線上にあるときに成り立つ式は？

$\overrightarrow{AC}=t\overrightarrow{AB}$，$\vec{c}=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}$



⑦ 内積を求めるプロセス3つは？
(i) 成分が与えられている場合
(ii) 角度と辺の大きさが与えられている場合
(iii) $|\vec{b}-\vec{a}|$，$|\vec{a}|$，$|\vec{b}|$ が与えられている場合

(i) $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2$
(ii) $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$
(iii) $|\vec{b}-\vec{a}|^2=|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$
から求める。

⑧ 2つのベクトルが垂直のときの条件は？

内積ゼロ

⑨ A, Bを $m:n$ に内分した点Pのベクトルは？

$\overrightarrow{OP}=\dfrac{n\overrightarrow{OA}+m\overrightarrow{OB}}{m+n}$

⑩ 三角形の重心Gを求める式は？

$\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{3}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$

⑪ 問題文中で $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{DC}$ などのベクトルが与えられているが，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ など始点がOのベクトルが主役になっている場合どうするか？

ベクトルの始点をOに揃えてみる

⑫ ベクトルの大きさを求めるときのプロセス2つは？
(i) 成分が与えられている場合
(ii) 成分がない場合

(i) $|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$
(ii) $|\vec{a}-\vec{b}|$ を求める場合は，2乗して
$|\vec{a}|$，$|\vec{b}|$，$\vec{a}\cdot\vec{b}$ を代入し $\sqrt{\ }$ をとる。

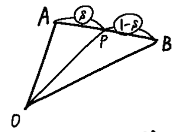
ベクトル② 　B

⑬ 同じベクトルどうしの内積は？

$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2$

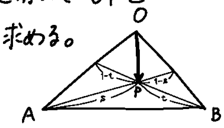
⑭ $0<s<1$とし、線分ABを $s:(1-s)$ に内分する点をPとする。$\vec{OP}$の表し方は？

$\vec{OP}=(1-s)\vec{OA}+s\vec{OB}$



⑮ $\vec{OP}=\square\vec{a}+\triangle\vec{b}$ の □, △の求め方

2通りの方法で、2種類の文字を用いて $\vec{OP}$を表し係数比較をし、連立させて求める。



⑯ ベクトルの問題で三角形ABCの面積を求める場合、使う公式をすべて答えると？

(i) $|\vec{AB}|$, $|\vec{AC}|$, $\vec{AB}\cdot\vec{AC}$が与えられていたら

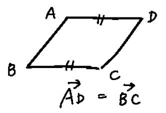
(ii) 成分が与えられていたら

(i) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{AB}|^2|\vec{AC}|^2-(\vec{AB}\cdot\vec{AC})^2}$

(ii) $\triangle ABC=\frac{1}{2}|a_xb_y-b_xa_y|$

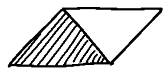
⑰ 平行四辺形が出たとき注意すること2つは？

(i) 向かい合う辺のベクトルは同じ



(ii) 面積を求める場合

2等分して三角形の面積を求め、2倍する。



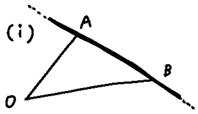
⑱ $\vec{OP}=s\vec{OA}+t\vec{OB}$を満たす点Pの存在範囲は？

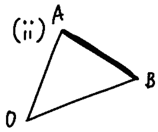
(i) $s+t=1$ の場合

(ii) $s+t=1$, $s\geqq0$, $t\geqq0$の場合

(i) 直線AB

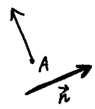
(ii) 線分AB





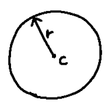
⑲ 点Aを通り、$\vec{n}$に垂直な直線のベクトル方程式の表し方は

$\vec{n}\cdot(\vec{p}-\vec{a})=0$



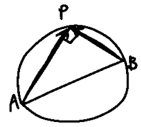
⑳ 中心C、半径rの円を表すベクトル方程式は？

$|\vec{p}-\vec{c}|=r$



㉑ 直径ABの円を表すベクトル方程式は？

$(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}-\vec{b})=0$



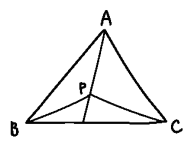
㉒ $a\vec{PA}+b\vec{PB}+c\vec{PC}=\vec{0}$ について

(i) 点Pの位置は？

(ii) 三角形の面積比は？
($\triangle PAB:\triangle PBC:\triangle PCA$)

(i) $\vec{AP}=k\times\dfrac{n\vec{AB}+m\vec{AC}}{m+n}$ の形に変形

(ii) $c:a:b$



数列①

B

① 初項a，公差dの等差数列の一般項a_nは？

$a_n = a+(n-1)d$ [初項+(項数−1)×公差]

② 数列a, b, cが等差数列となる時に立てられる式は？

$2b = a+c$〔真ん中の数の2倍が，両端の数の和になる〕

③ 2つの異なる等差数列の共通項を見つける時のポイントは？

公差の最小公倍数に注目

④ 等差数列の和の公式2つは？

(i) $S_n = \frac{1}{2}n(a+l)$ [$\frac{1}{2}$項数×(初項+末項)]

(ii) $S_n = \frac{1}{2}n\{2a+(n-1)d\}$

[$\frac{1}{2}$項数{初項の2倍+(項数−1)×公差}]

⑤ 等差数列$\{a_n\}$の和の最大・最小を求める時のポイントは？

a_nの符号が変わる項に注目

⑥ 初項a，公比rの等比数列の一般項a_nは？

$a_n = a\cdot r^{n-1}$〔初項×公比$^{項数-1}$〕

⑦ 数列a, b, cが等比数列となる時に立てられる式は？

$b^2 = ac$〔真ん中の数の2乗が，両端の数をかけ合わせたものになる〕

⑧ 初項a，公比rの等比数列の初項から第n項までの和S_nは？

(i) $r \neq 1$のとき

$S_n = \dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$ $\left[\dfrac{初項\times(公比^{項数}-1)}{公比-1}\right]$

(ii) $r=1$のとき

$S_n = na$〔項数×初項〕

⑨ $\sum_{k=1}^{n} x k^y$を計算する時のポイントは？

xをΣの前に出す

⑩ $\sum_{k=1}^{n} a =$

an

⑪ $\sum_{k=1}^{n} k =$

$\dfrac{n(n+1)}{2}$

⑫ $\sum_{k=1}^{n} k^2 =$

$\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

⑬ $\sum_{k=1}^{n} k^3 =$

$\left\{\dfrac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

⑭ 分数からなる数列の和の求め方は？

部分分数に分けて，間の項を消去する。
(「部分分数」→式と計算 参照)

⑮ (等差)×(等比)型の数列の和の求め方は？

$S-rS$を計算する〔数列の和−公比×数列の和〕

⑯ 数列の規則性で，等差でも等比でもない場合に考える可能性は？

階差数列

⑰ 数列$\{b_n\}$を階差数列にもつ数列$\{a_n\}$の一般項a_nは？

$n \geqq 2$のとき，$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k$
最後に$n=1$を代入し，成り立つかどうかを調べる

数列②

B

⑱ 数列の和S_nと一般項a_nの関係式は？	$n \geq 2$のとき，$a_n = S_n - S_{n-1}$ (n項目までの和−(n−1)項目までの和) $n = 1$のとき，$a_1 = S_1$
⑲ $a_{n+1} = a_n + f(n)$型の漸化式が与えられた時の，一般項a_nの求め方は？	階差数列$\{a_{n+1} - a_n\}$を考え，両辺のΣをとることで真ん中の数を消去する
⑳ $a_{n+1} = pa_n + q$型の漸化式が与えられた時の，一般項a_nの求め方は？	$a_{n+1} - c = p(a_n - c)$と変形し，pを公比とみたてて等比数列として解く（cは特性方程式$c = pc + q$の解）
㉑ 数学的帰納法の手順は？	(i) $n = 1$のとき，成り立つことを証明 (ii) $n = k$のとき 成り立つことを仮定し，$n = k + 1$のとき成り立つことを証明
㉒ 自然数nが使われる命題の証明方法は？	数学的帰納法
㉓ 2つの等差数列$\{a_n\}$, $\{b_n\}$の共通項からなる数列の求め方は？	$a_l = b_m$とおき，lとmの方程式を考える
㉔ 群数列で気をつけるべき対応関係は？	群，項数，その群の初項に注目
㉕ ある領域内にある格子点の個数の求め方は？	線分上の格子点の個数を求め，Σ計算をする
㉖ 漸化式が分数を用いて表される数列$\{a_n\}$の一般項の求め方は？	数列$\{b_n = \frac{1}{a_n}\}$（逆数の数列）を利用する
㉗ ある操作をn回繰り返して行う時の確率P_nの求め方は？	n回目と$(n+1)$回目に注目し，確率漸化式
㉘ 連立3項間漸化式が与えられている時，一般項a_nの求め方は？	xの2次の特性方程式を解き，解$x = \alpha, \beta$を求めてから，$a_{n+2} - ○a_{n+1} = △(a_{n+1} - ○a_n)$の○と△に$\alpha, \beta$の値を入れかえて代入し，得られる2つの式を比較して求める。

複素数平面①

Ⅲ

① 複素数 $a+bi$

座標平面上の点 (a, b)

② $|a+bi|$

$\sqrt{a^2+b^2}$

③ $|\alpha\beta|$

$|\alpha||\beta|$

④ $\left|\frac{\beta}{\alpha}\right|$

$\frac{|\beta|}{|\alpha|}$

⑤ 2点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$ 間の距離

$AB=|\beta-\alpha|$

⑥ $\overline{\alpha+\beta}$, $\overline{\alpha-\beta}$
$\overline{\alpha\beta}$, $\overline{\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)}$
$\alpha+\overline{\alpha}$
$\alpha\overline{\alpha}$

$\overline{\alpha}+\overline{\beta}$, $\overline{\alpha}-\overline{\beta}$
$\overline{\alpha}\,\overline{\beta}$, $\frac{\overline{\beta}}{\overline{\alpha}}$
は、実数
$|\alpha|^2$

⑦ 極形式 $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ について、r, θ の求め方は？

$r=\sqrt{a^2+b^2}$　$\cos\theta=\frac{a}{r}$, $\sin\theta=\frac{b}{r}$ から求める。

⑧ ド・モアブルの定理

$(\cos\theta+i\sin\theta)^n=\cos n\theta+i\sin n\theta$

⑨ $z^n=1$ の解法

z, 1 を極形式で表してド・モアブルを活用する。

⑩ 内分点

$\frac{n\alpha+m\beta}{m+n}$

⑪ 外分点

$\frac{-n\alpha+m\beta}{m-n}$

⑫ 中点

$\frac{\alpha+\beta}{2}$

⑬ 重心

$\frac{\alpha+\beta+\gamma}{3}$

⑭ 点 β を中心とする回転で点 α から点 γ に移動

点 β が原点 O になるように点 α を平行移動 ⇨ 点 α の移動後の点を α' とし、α' を O を中心として回転 ⇨ この点を α'' とし、はじめと逆の平行移動をする（点 γ とする）

⑮ 三角形の角の大きさを求めるとき

原点を中心とする回転角ととらえて計算

⑯ 複素数 P, Q について、$P=Q$ ならば言えることは？

$|P|=|Q|$, $\arg P=\arg Q$

⑰ 異なる3点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$, $C(\gamma)$ に対して、

(i) 3点 A, B, C が一直線上にあるときに言えることは？

$\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ が実数

(ii) $AB\perp AC$ ならば？

$\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ が純虚数

⑱ 三角形の形状決定問題

辺，角の関係に持ち込む

$\beta=a(\cos\theta+i\sin\theta)\alpha$

⇒ 点 $B(\beta)$ は、点 $A(\alpha)$ を原点 O を中心として $\frac{\pi}{4}$ または $-\frac{\pi}{4}$ だけ回転し，

さらに原点からの距離を a 倍した点である。

⑲ 「$\pm\frac{\pi}{2}$ 回転させる」翻訳すると

$\pm i$ 倍にする

数列の極限 Ⅲ

① $\infty-\infty$の極限を求める場合は？	最高次の項でくくり出す
② $\dfrac{\infty}{\infty}$ の極限を求める場合は？	最高次の項で分子・分母を割る
③ 無理数で表される数列の極限を求める場合は？	有理化
④ 求めにくい極限を扱う場合に使う2つの条件は？	(i) $a_n \leqq c_n \leqq b_n$ で $a_n \to \alpha$, $b_n \to \alpha$ ならば $c_n \to \alpha$ (はさみうちの原理) (ii) $a_n \leqq b_n$ で $a_n \to \infty$ ならば $b_n \to \infty$
⑤ r^nを含む式の極限は？	$r=\pm 1$で区切って考える
⑥ 数列$\{r^n\}$が収束するときの条件は？	$-1<r\leqq 1$
⑦ 無限級数の収束・発散を求めるためには？	部分和S_nの極限を調べる
⑧ 無限等比級数が収束するときの条件は？	初項＝0 または $-1<$公比<1
⑨ 無限等比級数が収束するときの和は？	$\dfrac{a}{1-r}$
⑩ 繰り返される操作が出たときは？	n番目と$n+1$番目の関係を見つける。
⑪ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$が収束するときの$\lim_{n\to\infty} a_n$ は？	0 (逆は成り立たない)
⑫ 数列$\{a_n\}$が0に収束しないとき $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ は？	発散する
⑬ x_nがαに収束，y_nがβに収束する場合，$x_n y_n$は？	$\alpha\beta$に収束する。
⑭ 分数形の漸化式の求め方	逆数の数列$\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$を考える
⑮ 部分和S_nがnの式に1通りで表しにくい場合	S_{2n-1}，S_{2n}で場合分けして考える
⑯ 無限級数が発散することを証明する方法	(部分和)＞(∞に発散する証明)を利用する

関数の極限

Ⅲ

① $\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$, $\lim_{x\to a} g(x)=\beta$ とするときの値を求めよ。	
(i) $\lim_{x\to a} kf(x)$ （kは定数）	$k\alpha$
(ii) $\lim_{x\to a}\{f(x)+g(x)\}$	$\alpha+\beta$
(iii) $\lim_{x\to a}\{f(x)-g(x)\}$	$\alpha-\beta$
(iv) $\lim_{x\to a} f(x)g(x)$	$\alpha\beta$
(v) $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{\alpha}{\beta}$
② 極限が $\frac{0}{0}$ にそれぞれ収束する場合は？	無理数があるときは有理化。できるだけ約分する。
③ ある分数式で、分母の極限が0に収束するとき、分子の極限はどうなるか。	0に収束する（逆が成り立つとは限らない）
④ 右側極限と左側極限を調べる場合	グラフを書いて調べる
⑤ 指数関数・対数関数の極限を求めたい場合	基本は、グラフを書いて解く。底と、1との大小関係に注意すること。
⑥ 三角関数の極限を求めたい場合	$\lim_{\Delta\to 0}\frac{\sin\Delta}{\Delta}=\lim_{\Delta\to 0}\frac{\Delta}{\sin\Delta}=1$ （Δは同じもの）が使える形にする。
⑦ 極限の式に $\cos x$ が出る場合は？	単独の場合、そのまま極限を求める。$(1+\cos x)$ などの実数との和・差は、（2乗－2乗）の形を作り整理する。
⑧ $x=a$ で連続となるときの条件は？	$\lim_{x\to a\pm 0} f(x)=f(a)$
⑨ 図形上にある点の極限は？	図を書いて変数の式を導く
⑩ 級数で表された関数の定義域は？	級数が収束するときの x の値の範囲

式と曲線　二次曲線　極方程式①　Ⅲ

① 放物線の定義は?	平面上で,定点Fからの距離とFを通らない定直線lからの距離とが等しい点の軌跡
② 放物線の標準形は?	$y^2=4px\ (p\neq0)$
③ 放物線の焦点は?	点$F(p, 0)$
④ 放物線の準線は?	直線l　$x=-p$
⑤ 放物線の軸は?	x軸(曲線はx軸に関して対称)
⑥ 放物線の頂点は?	原点O
⑦ y軸が軸となる放物線の標準形は?	$x^2=4py\ (p\neq0)$
⑧　〃　焦点は?	点$F(0, p)$
⑨　〃　準線は?	直線l　$y=-p$
⑩　〃　頂点は?	原点O
⑪ 楕円の定義は?	平面上で,2定点F・F′からの距離の和が一定である点の軌跡
⑫ 楕円の標準形は?	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$
⑬ 楕円の焦点は?	2点$F(\sqrt{a^2-b^2}, 0)$　$F'(-\sqrt{a^2-b^2}, 0)$
⑭ 楕円上の点から2つの焦点までの距離の和は?	$2a$
⑮ 長軸の長さは?	$2a$
⑯ 短軸の長さは?	$2b$
⑰ $a>b$の時,楕円の形は?	焦点がx軸上にあり,横長
⑱ $a<b$の時,楕円の形は?	焦点がy軸上にあり,縦長
⑲ 双曲線の定義は?	平面上で2定点F,F′からの距離の差が0でもなく一定である点の軌跡
⑳ 双曲線の標準形は?	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0, b>0)$
㉑ 双曲線の標準形の焦点は?	2点$F(\sqrt{a^2+b^2}, 0)$　$F'(-\sqrt{a^2+b^2}, 0)$
㉒ 双曲線上の点から2つの焦点までの距離の差は?	$2a$

式と曲線 二次曲線 極方程式② Ⅲ

㉓ 双曲線の漸近線の標準形は？

2直線 $y=\pm\frac{b}{a}x$

㉔ y軸上に焦点がある双曲線の標準形は？

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1\ (a>0,\ b>0)$

㉕ y軸上に焦点がある双曲線の焦点は？

2点 $F(0,\sqrt{a^2+b^2})$，$F'(0,-\sqrt{a^2+b^2})$

㉖ 双曲線上の点から2つの焦点までの距離の差は？

$2b$

㉗ 曲線$F(x,y)=0$を，x軸方向にp，y軸方向にqだけ平行移動すると移動後の曲線の方程式は？

$F(x-p,\ y-q)=0$

㉘ 2次曲線と直線の方程式から一変数を消去して得られた2次方程式の判別式DがD>0ならば [(i)]，D=0ならば [(ii)]，D<0ならば [(iii)] となる。

(i) 異なる2点で交わる
(ii) 1点で接する
(iii) 共有点を持たない

㉙ 円の媒介変数表示は？

$x=a\cos\theta$，$y=a\sin\theta$

㉚ 楕円の媒介変数表示は？

$x=a\cos\theta$，$y=b\sin\theta$

㉛ 双曲線の媒介変数表示は？

$x=\frac{a}{\cos\theta}$，$y=b\tan\theta$

㉜ サイクロイドの媒介変数表示は？

$x=a(\theta-\sin\theta)$，$y=a(1-\cos\theta)$

㉝ 極座標と直交座標の関係式は？

(i) $x=r\cos\theta$，$y=r\sin\theta$

(ii) $r=\sqrt{x^2+y^2}$

微分 ①

Ⅲ

① $x=a$ における微分係数は?	$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$
② 関数 $f(x)$ の導関数は?	$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$
③ $x=a$ で微分可能 ⇔	極限値 $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ が存在。
④ $\{f(x)g(x)\}'=$?	$f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$
⑤ $\left\{\frac{f(x)}{g(x)}\right\}'=$?	$\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$
⑥ 微分可能な2つの合成関数 $y=f(u)$, $u=g(x)$ について	
(i) $\frac{dy}{dx}=$?	$\frac{dy}{du}\times\frac{du}{dx}$
(ii) $\{f(g(x))\}'=$?	$f'(g(x))g'(x)$
⑦ 逆関数の微分法の公式は?	$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{\frac{dx}{dy}}$
⑧ $(\sin x)'=$?	$\cos x$
⑨ $(\cos x)'=$?	$-\sin x$
⑩ $(\tan x)'=$?	$\frac{1}{\cos^2 x}$
⑪ $(\log x)'=$?	$\frac{1}{x}$
⑫ $(\log_a x)'=$?	$\frac{1}{x\log a}$
⑬ $(\log\lvert x\rvert)'=$?	$\frac{1}{x}$
⑭ $\{\log\lvert f(x)\rvert\}'=$?	$\frac{f'(x)}{f(x)}$
⑮ 累乗の積と商で表された関数の微分	両辺の対数をとって微分する

微分② Ⅲ

⑯ $(e^x)' = ?$

e^x

⑰ $(a^x)' = ?$

$a^x \log a$

⑱ $x = f(t)$, $y = g(t)$ のとき、$\dfrac{dy}{dx} = ?$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{g'(t)}{f'(t)}$$

⑲ $\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ などの極限を求めたいときに使う公式は?

$\lim_{h \to 0} (1+h)^{\frac{1}{h}}$

⑳ 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(a, f(a))$ での接線は?

$y - f(a) = f'(a)(x - a)$

㉑ 平均値の定理は?

$\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$ $(a < c < b)$ である実数 c が存在する。

㉒ $f(x)$ が $x = a$ で極値をとるとき

$f'(a) = 0$ (ただし、逆は不成立)

㉓ $f(a+h)$ の近似式は?

$f(a) + f'(a)h$

㉔ $f(x)$ が極値をもつとき $f'(x)$ には

符号が変わる点がある

積分 ①

Ⅲ

<積分>

① $\int \frac{x^2}{x+1}dx$ などの分数関数を解く時に,まずすることは?

分子の次数を下げる

② $\int \frac{x+4}{(x+1)(x-2)}dx$ まずすることは?

部分分数分解

③ $\int x\sqrt{x^2+2}\ dx$ まずすることは?

置き換え

④ $\int \frac{1}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x}}dx$ まずすることは?

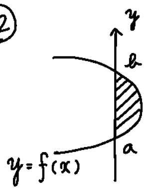
有理化

<面積>

① 面積を求めるまでの基本的な流れ 4つ

(i) グラフを描く
(ii) 積分区間を決める
(iii) x軸との上下関係を調べる
(iv) 定積分を計算して面積を求める

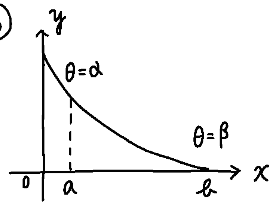
②



$x=g(y)$ のとき
面積Sは?

$S=\int_a^b g(y)dy$ $(a<b)$

③



$\begin{cases} x=f(\theta) \\ y=g(\theta) \end{cases}$

面積Sは?

$S=\int_a^b y\,dx$

$=\int_\alpha^\beta g(\theta)f'(\theta)d\theta$

$a=f(\alpha),\ b=f(\beta)$

<特別な積分>

① $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f\left(\frac{k}{n}\right)=?$

$\int_0^1 f(x)dx$

② $f(x)\geqq g(x)$ のとき

$\int_a^b f(x)dx\ \boxed{}\ \int_a^b g(x)dx$

(等号成立は $\boxed{}$ のとき)

$\geqq$

$f(x)=g(x)$

積分② Ⅲ

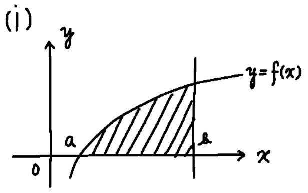
＜体積＞

① 立体の体積を求める時，まずすることは？

断面積を求める

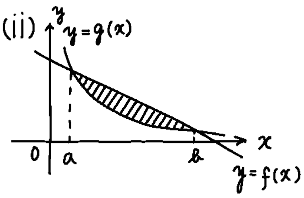
② x軸の周りの回転体の体積Vは？

(i)



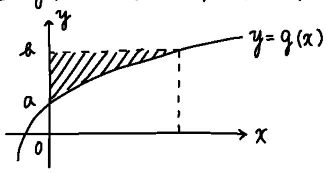
$$V=\pi\int_a^b\{f(x)\}^2dx$$
$$=\pi\int_a^b y^2dx$$

(ii)



$$V=\pi\int_a^b\left[\{f(x)\}^2-\{g(x)\}^2\right]dx$$

③ y軸の周りの回転体の体積Vは？



$$V=\pi\int_a^b\{g(y)\}^2dy$$
$$=\pi\int_a^b x^2dy$$

＜道のり＞

① 直線上を速度$v(t)$で運動する点の$t=a$から$t=b$までの

(i) 位置の変化量は？

$$\int_a^b v(t)\,dt$$

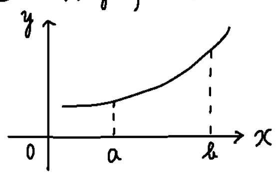
(ii) 道のりは？

$$\int_a^b |v(t)|\,dt$$

② 平面上を運動する点$P(x,y)$が，時間tの関数 $x=f(t)$，$y=g(t)$で表される時，$t=a$から$t=b$までに点Pが通過する道のりS

$$S=\int_a^b\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$$
$$=\int_a^b\sqrt{\{f'(t)\}^2+\{g'(t)\}^2}\,dt$$

③ 曲線$y=f(x)$ $(a\leqq x\leqq b)$で表される曲線の長さL



$$L=\int_a^b\sqrt{1+\{f'(x)\}^2}\,dx$$
$$=\int_a^b\sqrt{1+y'^2}\,dx$$